THEMENINSEL

MENGEN UND OPTIMIERUNG

ODER: DAS BESSERE IST DER FEIND DES GUTEN!

Im täglichen Leben ist es oft wichtig, das Optimum zu erzielen: Wir suchen den kürzesten Weg, die perfekte Raumausnutzung oder zumindest die bestmögliche Lösung – ob im privaten Leben oder in der Wirtschaft.

Oft ist es alles andere als einfach, die optimale Lösung zu erhalten. Im Gegenteil: Viele dieser Probleme sind notorisch schwer. Oft weiß man nicht einmal, ob überhaupt eine Lösung existiert. In vielen Fällen aber kann die Mathematik beim Lösungsfinden helfen.

Beim Renovieren zum Beispiel berechnet jeder Handwerker den Materialbedarf: Ob Tapeten, Farben oder Badezimmerkacheln – durch eine mathematische Herangehensweise wird der korrekte Bedarf vorab bestimmt.

Im größeren Stil geschieht das Gleiche beim weltumspannenden Transport von Waren: Hier werden gigantische Frachtschiffe eingesetzt, die bis zu neunzehntausend(!) Container laden können. Nur mit Hilfe entsprechender Systeme kann die sichere Beladung und der wirtschaftlichste Umschlag der Container berechnet werden.

Je komplexer die Ansprüche an Systeme zur Optimierung sind, desto schwieriger ist es, die beste Lösung zu finden. Dabei sind viele bewährte mathematische Theorien und Grundsätze für die Modellierung und Lösung von Optimierungsproblemen unverzichtbar und werden tagtäglich erfolgreich angewandt.

QUANTITIES AND OPTIMUM

IN OTHER WORDS: THE BEST IS THE ENEMY OF THE GOOD!

In our daily lives it is often essential to achieve the best possible: We search for the shortest way, the perfect space utilization or the best possible solution.

However, it is often difficult to achieve the perfect solution. On the contrary, it is notoriously difficult to solve them. Sometimes it is even uncertain if there is an ideal solution. However, mathematics often provides an approach to solve this. For example, a decorator calculates his material needs beforehand by applying mathematics.

On a bigger scale the same applies to global transport: gigantic tankers are used which can carry up to nineteen thousand(!) containers. Only mathematical systems that ensure economical turnover as well as safe loading of these containers are the underlying feature on which global transport is based.

Partner & Förderer

THEMENINSEL

STATISTIK UND ZUFALL

WARUM MAN SO SELTEN „6 RICHTIGE" IM LOTTO HAT.

Die Untersuchung zufälliger Ereignisse bezeichnen Mathematiker als Wahrscheinlichkeitstheorie – sie ist im Vergleich zu anderen mathematischen Gebieten noch relativ jung. Lange Zeit begnügte man sich mit der Feststellung „wenn etwas zufällig passiert, dann ist jeder Ausgang möglich". Mit der Wahrscheinlichkeitstheorie wurde es möglich, für die verschiedenen möglichen Ausgänge Wahrscheinlichkeiten zu berechnen.

Beim Lotto hofft jeder Teilnehmer auf **„6 Richtige"**. Aber die wenigsten wissen, wie gering die Wahrscheinlichkeit hierfür ist – und die kann man exakt berechnen. Sie beträgt bei **„6 Richtigen"** mit Superzahl rund 1:140 Millionen!

Experten können zwar nicht mit Sicherheit wissen, was passieren wird, aber oft Voraussagen mit hoher Wahrscheinlichkeit treffen: Wettervorhersagen, Wahlprognosen, Aussagen zum Klimawandel und vieles mehr beruhen dabei auf Methoden der mathematischen Statistik.

Das menschliche Denken kann mit zufälligen Phänomenen nur unvollkommen umgehen. Deshalb gibt es in keinem anderen Gebiet so viele **„Paradoxa"** wie in der Wahrscheinlichkeitstheorie. Ein Paradox ist ein Phänomen, das wir mit unserer Erfahrung ganz anders vorhersehen als es in Wirklichkeit ist – wie z. B. beim Lottospielen …

STATISTICS AND RANDOMNESS

WHY YOU HARDLY HIT THE JACKPOT.

The theory of probability is, compared to other mathematical areas, relatively young. It researches random events. For a long time the approach "If something happens by chance, then any outcome is possible" was acceptable. However, the theory of probability made it possible to calculate the possibilities of each potential outcome.

*Everyone hopes for the **jackpot** in the lottery but only the fewest know how unlikely this outcome would be, although it is exactly predictable.*

Expert's predictions are based on statistics: they cannot know what will happen but they can predict with a high probability what will likely happen. This is the principal of all forecasts: opinion polls, weather and election forecasts, climate change predictions and many more statements are based on statistics.

*The human mind can only partially comprehend random phenomena. Therefore, no other area has so many **"paradoxa"** as the theory of probability. A paradox is a phenomenon, which completely contradicts our experience compared to reality as wining the lottery …*

Partner & Förderer

mathematikum Mathematik zum Anfassen. Stiftung Rechnen

THEMENINSEL

RAUM UND GEOMETRIE

VOM ACKER BIS INS ALL.

Schon immer haben die Menschen den sie umgebenden Raum erforscht, damit sie sich besser darin zurechtfinden. Spätestens als die Menschen vor etwa 10 000 Jahren sesshaft wurden, begannen sie, Felder zu vermessen sowie Häuser zu planen und zu bauen. Dazu mussten sie Längen und Flächen messen können sowie zwei- und dreidimensionale Berechnungen anstellen.

Aber auch der größte aller uns bekannten Räume, das Universum, wurde schon früh zum Objekt der Gelehrten: Die Bewegungen der Sterne, des Mondes und der Sonne waren Rätsel, die nur mit Hilfe der Mathematik gelöst werden konnten. Bereits 585 v. Chr. hat Thales von Milet (griechischer Philosoph, Mathematiker und Astronom) eine Sonnenfinsternis vorhergesagt!

Der Mathematiker Euklid schrieb schon ca. 300 v. Chr. das Buch **„Die Elemente“**, in dem er das ganze Spektrum der Mathematik der damaligen Zeit darstellte. Geometrie wurde damals nicht nur praktisch angewendet, sondern theoretisch fundiert und dient seit dieser Zeit als ein Musterbeispiel für Wissenschaft.

Die praktische Geometrie hingegen hilft uns allen im täglichen Leben: Ob beim Kochen, Heimwerken oder Teppichbodenverlegen – man muss kein Genie sein, um vielfältige geometrische Aufgaben zu lösen. Das in der Schule vermittelte Grundwissen zur Berechnung von Flächen und Körpern reicht zum Glück meist schon aus.

SPACE AND GEOMETRY

FROM FIELDS INTO SPACE.

From the beginning of time humans have investigated their environment, in order to orientate themselves in it. At the latest, with settlement about 10.000 years ago, people started surveying land as well as planning and building houses. In order to do so, they needed to measure areas and distances as well as perform two and three-dimensional equations.

Also the largest of all known spaces – the universe – attracted the interest of scholars: the mystery of the motion of the moon and the sun can only be answered with the use of mathematics.

Already in 585 b. Chr. Thales of Milet (a Greek philosopher, mathematician and astronomer) predicted an eclipse of the sun.

*The mathematician Euklid wrote his book **“The Elements”** which illustrates the entire geometry of that time.*

Not only was geometry used practically, it was also theoretically based and demonstrated: a prime example of science.

Practical geometry is used by all of us in daily life: cooking, DIY or carpet laying. It does not require a genius to solve a variety of geometrical tasks. Luckily our school knowledge of calculating areas and fields usually is sufficient to solve these tasks.

Partner & Förderer

THEMENINSEL

WELT DER ZAHLEN

WARUM HEUTE JEDER BIS 10 ZÄHLEN KANN.

Ein Leben ohne Zahlen ist für uns heute undenkbar: Zeitangaben und Maßeinheiten, Wissenschaft und Technologie, Handel und Wirtschaft, Ordnungs- und Währungssysteme und vieles mehr – alles basiert auf „Zählbarem".

Zahlen gehören zu den ersten Kulturzeugnissen der Menschheit: Schon vor 30 000 Jahren haben Menschen Zahlen geschrieben, indem sie einfach die entsprechende Anzahl von Strichen zeichneten. Wollten sie eine Anzahl von 35 angeben, haben sie 35 Striche gemacht. Zuerst gaben Zahlen also lediglich an, aus wie vielen Objekten eine Menge besteht.

Vor etwa 4 000 Jahren wurde dann in Mesopotamien das erste Stellenwertsystem der Welt erfunden. Ein Stellenwertsystem ist ein Zahlensystem, bei dem die Wertigkeit eines Symbols von seiner Position, der Stelle, abhängt. Die Basis war damals jedoch nicht 10, sondern 60 – heute nur noch gebräuchlich in den 60 Minuten einer Stunde und den 60 Sekunden einer Minute.

Unser Dezimalsystem wurde vor etwa 1 500 Jahren in Indien erfunden; der entscheidende Schritt war die Einführung der Null. Beim Dezimalsystem unterscheidet man zwischen den Stellen: Bereits auf dem Abacus wurden für eine gegebene Zahl die Anzahl ihrer Einer, Zehner, Hunderter usw. durch Rechensteine in entsprechenden vertikalen Dezimalspalten dargestellt.

Das Dezimalsystem wurde über die arabische Welt global verbreitet und wird heute konkurrenzlos verwendet.

THE WORLD OF NUMBERS

WHY EVERYONE NOWADAYS CAN COUNT TO 10.

Today's life without numbers is unthinkable. Time references and measurements, science and technology, trade and economy, currencies and many more, all based on numbers.

Numbers are amongst the first cultural artefacts of humanity. Already 30.000 years ago, men wrote numbers by drawing the corresponding amount of lines: For the number 35, they drew 35 lines. Therefore, at the start numbers only represented a quantity.

In Mesopotamian, about 4000 years ago, the first positional representation system was developed. A positional representation system defines the value of a figure according to its position. In that time the system's base was 60 not 10 – today only used in 60 minutes of an hour and 60 seconds in a minute.

Our decimal system was invented in India about 1500 years ago: the introduction of zero was the crucial step. The decimal system is divided into places: the abacus represents the value of ones, tens and hundreds in vertical columns. The decimal system, today unrivalled, was initiated in the Arabic world and has spread to become now globally accepted.

Partner & Förderer

THEMENINSEL

RECHNEN UND ZÄHLEN

DAS KANN DOCH JEDER (HOFFENTLICH): DIE GRUNDRECHENARTEN.

Die Geschichte der Mathematik dreht sich zu großen Teilen darum, für die vier Grundrechenarten (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren) effiziente Verfahren zu finden.

Um die Rechenoperationen für alle Zahlen ausführen zu können, musste man immer wieder neue Zahlenbereiche erfinden:

Die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 erhält man durch das Zählen.

Um uneingeschränkt subtrahieren zu können, benötigt man die negativen Zahlen (6 – 9 = –3).

Und um uneingeschränkt dividieren zu können, benötigt man die Bruchzahlen (Zahlen wie ½ oder 0,75).

Für das praktische Rechnen ist entscheidend, wie die Zahlen dargestellt werden. Dafür war die Einführung des Dezimalsystems eine **„Revolution des Rechnens“**. Denn durch das Dezimalsystem kann man Zahlen nicht nur sehr übersichtlich darstellen, sondern vor allem gut mit ihnen rechnen.

Damals wurden die uns bekannten schriftlichen Rechenverfahren entwickelt. Sie beruhen darauf, dass man nur mit den einzelnen Ziffern rechnen können muss und nicht mit großen Zahlen. Kurz: Um beliebige Zahlen multiplizieren zu können, muss man nur das kleine Einmaleins kennen.

Das stellte eine Demokratisierung des Rechnens dar. Denn seither lernten mehr und mehr Menschen selber rechnen und waren nicht länger von einem Rechenmeister mit seinem Abakus abhängig.

COUNTING AND CALCULATING

EVERYONE IS NUMERATE (HOPEFULLY).

The history of mathematics revolves mainly around the search of efficient systems for the four basic arithmetic operations (addition, subtraction, multiplication and division).

In order to be able to carry out arithmetic operations for all numbers, new numbers ranges had to be created. Counting is based on natural numbers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Negative numbers are essential for infinite subtractions (6 – 9 = –3).

However, for unlimited division fraction numbers (e.g. ½ or 0.75) are necessary.

*The display of figure is vital for practical calculations. The introduction of the decimal system was **revolutionary to arithmetic operations.** The decimal system allows not only figures to be more clearly but also easier to use.*

At that time the calculation systems were developed. It is based on the ability to calculate with each individual digit as opposed to large numbers. Essentially: only the knowledge of the times table is necessary to multiply any given number.

The decimal system facilitated independence from the master of mathematics and his abacus as everyone was able to calculate themselves.

Partner & Förderer

MATHE MAGIE
DA KANNST DU MIT ALLEM RECHNEN ...

THEMENINSEL

ÄSTHETIK

„ALLES IST ZAHL."

Die Pythagoreer – die Schüler des Pythagoras (ca. 600 v. Chr.) – haben einen sensationellen Zusammenhang zwischen Musik und Mathematik herausgefunden, genauer gesagt: zwischen den Tönen und den Zahlen. Was sie bereits über Saiteninstrumente wussten: Eine lange Saite erzeugt beim Anzupfen einen tiefen Ton, eine kurze Saite einen hohen Ton.

Doch die Pythagoreer gingen einen entscheidenden Schritt weiter. Sie versuchten, diesen Zusammenhang quantitativ zu erfassen, indem sie Zahlen ins Spiel brachten. Beim Experimentieren stellten sie fest: Wenn eine Saite doppelt so lang ist wie eine andere, wenn also ihre Längen im Verhältnis 2:1 stehen, dann erklingt eine Oktave, beim Verhältnis 3:2 eine Quinte usw. Sie fanden außerdem heraus: Je einfacher das Zahlenverhältnis ist, desto reiner ist der Klang. Das war für sie ein Schlüssel zur Welterkenntnis – und sie drückten diese in ihrem Wahlspruch aus: **„Alles ist Zahl!"**

Auch in der bildenden Kunst kann man viele mathematische Aspekte entdecken: Künstler beschäftigt die Frage nach der richtigen Proportion (zum Beispiel das richtige Längenverhältnis von Armen und Beinen). Auch beim perspektivischen Zeichnen spielen Proportionen eine wichtige Rolle; denn der Maler muss die Objekte im Vorder- und Hintergrund im richtigen Verhältnis verkleinern, sodass eine räumliche Wirkung entsteht.

Die bekannteste mathematische Anwendung in der Kunst ist sicher **„der goldene Schnitt"**, der als ideales Prinzip ästhetischer Proportionen gilt – in Zahlen ausgedrückt im Verhältnis 5:8.

AESTHETICS

EVERYTHING IS NUMBER.

The Pythagorean – scholars of Pythagoras ca. 600 b. Chr. – discovered a sensational connection between music and mathematics: more precisely between notes and numbers. They already knew that stringed instruments with a long string produce a low and a short one a high note.

However, the Pythagorean took a pivotal step further: they tried to comprehend this connection quantitatively, by introducing numbers. Through experiments they discovered if a string is double the length of another, namely the proportion is 2:1, an octave sounds. If the proportion is 3:2, a fifth rings out etc. They also revealed that the purer sound is derived from a simpler number correlation, which they expressed in their motto: ***everything is number.***

The fine arts also employ many mathematical concepts: artists search for the correct proportion (for example between arms and legs). Also in perspective drawings proportions play an important part as a painter needs to reduce objects in the fore- and background in the correct ration in order to achieve a spatial effect.

The golden ratio, in a number ratio 5:8, is arguably the most famous mathematical concept in fine arts, as it is the ideal principal of aesthetic correlation.

Partner & Förderer

mathematikum Mathematik zum Anfassen. Stiftung Rechnen